スライドパズルの規則性

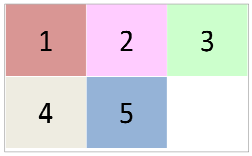
茨城県立日立第一高等学校　白水 愛那，高畠 友菜，照沼 夏帆

1.　研究背景

子供のころから慣れ親しんでいたパズルゲームを数学的に解明することで、それらの規則性や数学的な性質を導きたいと思った。そこで、それらについてスライドパズルには確立や組み合わせなどが関わっていると考察し、自分たちなりに調べていくうちにスライドパズルを解明したいと思った。

2.　研究方法

本研究では，以下の配置を６マススライドパズルの完成形とする。



１　成立するパズル配置の総数を表す式を導出する。
導出Ⅰ　場合の数
導出Ⅱ　順列と回転
(置換を用いる。)

※置換とは
数学で，ある数字の集合の数字をほかの数字と置き換えること。
（奇置換 / 偶置換 →置き換えの回数が 奇数回 / 偶数回）

２　先行研究からの考察
先行研究の図を自分たちで書き直し，理解を深めることで，そこから考えられることをもとに，規則を導く。

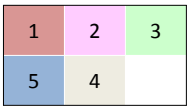
3.　研究結果

結果１
Ⅰ　置換をもとに以下の式を導いた。

$$6!\quad\times\quad\frac{1}{2}\quad=\quad360$$

(6マスの配置パターン)　(奇置換である全体の半数)

完成形とならない配置パターン(=奇置換となる配置)は半数あるため，全体のの半分の３６０通りとなる。

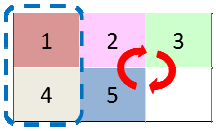


完成形とならない配置例

Ⅱ　順列と回転をもとに以下の式を導いた。

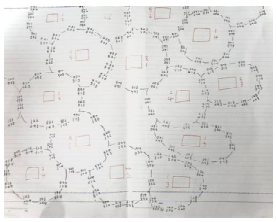
$${}_6P_2\quad\times\quad4!\quad\times\quad\frac{1}{2}\quad=360$$

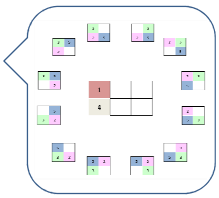
(端の固定するピースの選び方)　(残りのピースの配置パターン)



Ⅰ，Ⅱより６マススライドパズルにおける配置パターンの総数は３６０通りとなった。

結果２
先行研究をもとに図を書き直した。１通りの固定につき成立する配置パターンは１２通りある。それを円状に並べた。





図の一部

図全体を見ると，円は３９個あった。
１つの円に着目すると，他の円と共有する局面が６か所，共有しない局面が６か所見られ，空白が中央の列に位置する局面で共有した。

4.　考察

結果１より，2通りの方法でスライドパズルの成立する配置の総数を導出し証明することができたため，その総数である３６０通りは正しいといえる。

結果２より，書き出した円を共有する局面としない局面で並べ替え，１辺に局面を二つ持つ六角形として考える。これは，それぞれ共有する局面(●)が2つある辺を３辺，共有しない局面(○)が2つある辺を３辺持つ。
端の２ピースの選び方は，

$${}_5C_2\quad\times\quad2\quad\times\quad2\quad=40$$

（固定するピースの選び方）（固定する上下/左右の場所の選び方）
であるため，この円全通り分を組み合わせると，円４０個をそれぞれ４０個の六角形とし，正四十面体ができると考えた。しかし、正四十面体は存在しない立体であるため，４０個の正六角形がそれぞれ三辺を共有してできる新たな立体（立体１）ができると考えた。
しかし，結果より，書き出した円は３９個であった。
本来ならば，40個あるはずの円が３９個しかなかった理由は，図１のような平面では，書き表すことができない局面が存在してしまい，それらが残り１つの円を作り出すため，と考察した。

また，これらの考えをもとに，完成形である局面から最も離れた位置にある局面が最大最短手数となると考えられる。そして，この考え方を利用すると，どの位置からでも完成形までの最短手数とルートを導くことができると考えられる。

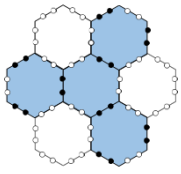


図１

立体１

また，結果２の考え方を用いても配置の数が３６０であることを証明できた。

$$6\times40\quad+\quad6\times40\quad\times\frac{1}{2}=360$$

→(ほかの円と共有しない局面の数)+(他の円と共有する局面の数)
このことからも、円は４０個存在すると考えることができる。

5.　まとめとこれからの課題

６マススライドパズルには３６０通りの配置パターンがあり，どのような配置からも完成形に辿り着くルートを示すことが出来た。
今後は考察で示した推測や立体が実際に成立するのか研究するとともに，新たな規則性を見つけていきたい。

6.　参考文献

５パズルの最短手数とその配置．科学研究実践活動のまとめ
https://www.jst.go.jp/cpse/jissen/pdf/houkoku/TK150004-A-16007.pd